

**EXERCICE 3 – ÉMILIE DU CHÂTELET, MADAME POMPON NEWTON (5 POINTS)**

Madame Pompon Newton est le surnom donné à Émilie du Châtelet par Voltaire, son ami proche, en référence à sa coquetterie et à sa passion pour le travail de Newton. En effet, en utilisant un nouveau formalisme mathématique, elle traduit et commente l'œuvre de Newton *Philosophiæ naturalis principia mathematica* et ainsi permet la diffusion de la pensée de Newton dans toute l'Europe alors qu'elle est encore très peu connue à l'époque.

Voltaire écrit en préface : « *cette traduction que les plus savants Hommes de France devaient faire et que les autres doivent étudier, une femme l'a entreprise et achevée à l'étonnement et à la gloire de son pays. [...] On a vu deux prodiges : l'un, que Newton ait fait cet ouvrage ; l'autre, que Dame [Émilie du Châtelet] l'ait traduit et l'ait éclairci.* »

L'objectif de cet exercice est d'étudier les trois lois de Newton en s'appuyant sur des extraits de cette traduction.

P R E M I E R E L O I

*Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve , à moins que quelque force n'agisse sur lui , & ne le contraigne à changer d'état.*

« *Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins que quelque force n'agisse sur lui, et ne le contraigne à changer d'état* »

Figure 1. Extrait de Émilie du Châtelet, *Principes mathématiques de la philosophie naturelle tome second*, France, Édition Desaint, Saillant et Lambert, 1759.

**Q1.** Énoncer dans un langage plus actuel que celui de la figure 1 la première loi de Newton, aussi appelée principe d'inertie, ou donner les relations mathématiques qui la traduisent.

Un expérimentateur lâche dans l'air une plume et une boule de bowling d'une certaine hauteur. Dans l'air, la plume arrive en bas après la boule de bowling. La plume utilisée est photographiée figure 2.

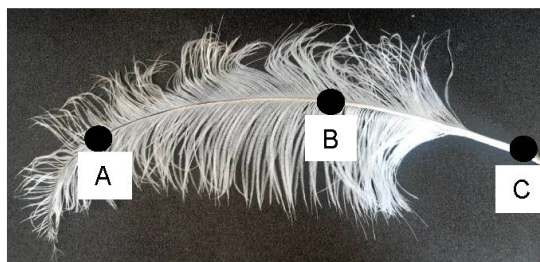


Figure 2. Photographie de la plume.

**Q2.** Choisir, parmi les points A, B ou C de la figure 2, celui qui représente le centre de masse  $G$  de la plume.

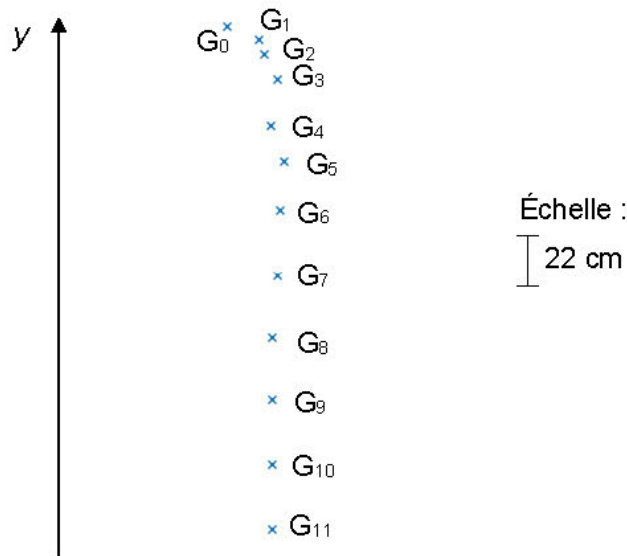


Figure 3. Chronophotographie du centre de masse  $G$  de la plume pour une chute dans l'air.

Dans la figure 3, l'intervalle de temps  $\tau$  entre chaque point a une valeur égale à 0,085 s.

**Q3.** À l'aide la figure 3, calculer  $v_7$  et  $v_9$ , les valeurs des vitesses aux points  $G_7$  et  $G_9$ .

Dans la suite de l'exercice nous approximerons la portion du mouvement entre les points  $G_6$  et  $G_{11}$  comme étant rectiligne uniforme. De plus, nous considérerons comme négligeable l'effet de la poussée d'Archimède, exercée par l'air sur la plume, devant les autres forces.

**Données :**

- L'intensité de la pesanteur terrestre  $g$  a une valeur égale à  $9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$  ;
- La masse  $m$  de la plume a une valeur égale à 0,985 g.

**Q4.** Dresser la liste des forces qui s'appliquent à la plume lors de sa chute dans l'air. Puis donner, dans la portion du mouvement entre les points  $G_6$  et  $G_{11}$ , en justifiant, la relation mathématique qui les lie. À l'aide des données, déduire par un calcul la valeur  $f$  de la force de frottement.

Voici ce qu'écrivait Émilie du Châtelet à propos de la deuxième loi du mouvement :

**2<sup>o</sup>. Que le changement qui arrive dans le mouvement est toujours proportionnel à la force motrice, & se fait dans la direction de cette force.**

« Que le changement qui arrive dans le mouvement est toujours proportionnel à la force motrice, et se fait dans la direction de cette force. »

Figure 4. Extrait issu de *Principes mathématiques de la philosophie naturelle* d'Émilie du Châtelet.

**Q5.** Énoncer dans un langage plus actuel la deuxième loi de Newton ou donner la relation mathématique qui la traduit.

La même expérience que précédemment a été réalisée mais cette fois la plume et la boule de bowling sont lâchées dans une chambre à vide, c'est-à-dire dans un espace hermétique où l'expérimentateur a retiré la quasi-totalité de l'air. L'influence des frottements peut alors être négligée.

D'une hauteur  $H$ , dans le vide, un dispositif permet de lâcher sans vitesse initiale et simultanément la boule de bowling et la plume. Ces deux objets frappent le sol exactement en même temps.

Dans la suite de l'exercice, on prendra l'origine des axes ( $Ox$ ) et ( $Oy$ ) au sol. L'axe ( $Oy$ ) est dirigé vers le haut.

**Q6.** À l'aide de la deuxième loi de Newton, dans les conditions de la deuxième expérience, établir l'expression de l'altitude  $y(t)$  d'un système en chute libre et montrer qu'elle est indépendante de sa masse  $m$ .

L'évolution de l'accélération, de la vitesse et de la position suivant l'axe vertical ont été représentées sur la figure 5.

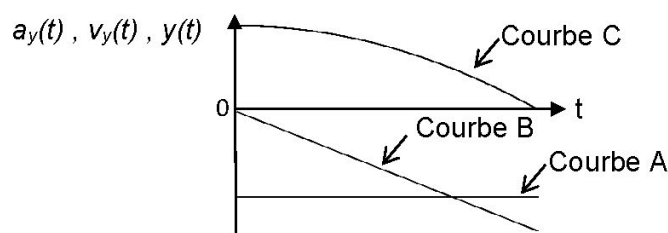


Figure 5. Courbes A, B, et C.

**Q7.** Attribuer chaque courbe (A, B et C) de la figure 5 à une coordonnée parmi les trois suivantes :  $a_y(t)$ ,  $v_y(t)$ ,  $y(t)$ .

**Q8.** La valeur de la vitesse  $v_d$  de l'objet est égale à  $14 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  quand l'objet arrive à une distance  $d = 20 \text{ cm}$  au-dessus du sol. En déduire la valeur de la hauteur  $H$  depuis laquelle les objets sont lâchés.

**Extrait n°1.** *Lorsque les corps sont jetés en haut, la gravité leur imprime des forces et leur ôte des vitesses proportionnelles au temps.*

**Extrait n°2.** *Si un cheval tire une pierre par le moyen d'une corde, il est également tiré par la pierre : car la corde qui les joint et qui est tendue des deux côtés, fait un effort égal pour tirer la pierre vers le cheval et le cheval vers la pierre ; et cet effort s'oppose autant au mouvement de l'un, qu'il excite le mouvement de l'autre.*

**Extrait n°3.** *Les projectiles par eux-mêmes persévèrent dans leurs mouvements, mais la résistance de l'air les retarde et la force de gravité les porte vers la Terre.*

Figure 6. Extraits issus de *Principes mathématiques de la philosophie naturelle* d'Émilie du Châtelet.

**Q9.** La figure 6 présente trois extraits qui servent à illustrer, chacun, une loi de Newton. Choisir parmi ces trois extraits celui qui illustre la troisième loi de Newton en précisant la ou les raisons de votre choix.

# Sujet



Durée : 2h

## Exercice 1

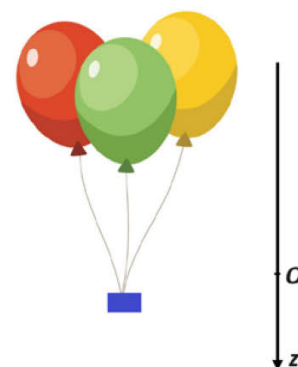
### Détermination d'un coefficient de frottement dans l'air (10 pts)

Dans cet exercice, nous allons étudier la chute dans le vide puis dans l'air d'un système mécanique constitué de trois ballons de baudruche reliés ensemble et lestés avec une petite masse.

#### Partie A : Chute libre du système mécanique (3 pts)

Le système mécanique, de masse  $m$  valant 27 g, tombe dans une chambre à vide, sans vitesse initiale, à partir d'un point O que l'on choisira comme origine d'un axe Oz orienté vers le bas.

- Q1. Énoncer la deuxième loi de Newton.
- Q2. Appliquer la deuxième loi de Newton pour établir les équations horaires littérales de sa vitesse  $v(t)$  et de sa trajectoire  $z(t)$  sachant que l'intensité de pesanteur est notée  $g$ .  
*Attention : l'axe Oz est orienté vers le bas.*



#### Partie B : Étude de la chute du système mécanique dans l'air (2,5 pts)

On laisse à présent ce même système tomber dans l'air, sans vitesse initiale, toujours à partir d'un point O que l'on choisira comme origine.

En plus de son poids, il subira une poussée verticale dirigée de bas en haut, égale au poids de l'air déplacé, dénommée poussée d'Archimède.

Au cours de sa chute, le système mécanique subit également une force de frottement  $\vec{f}$  qui est opposée à son vecteur vitesse tel que  $\vec{f} = -k \times \vec{v}$  ( $k$  est une constante).

- Q1. Donner l'expression littérale de la norme de la poussée d'Archimède, correspondant au poids de l'air déplacé, noté  $P_{\text{air}}$ , en fonction de la masse volumique de l'air  $\rho$ , du volume d'air déplacé  $V$  et de l'intensité de la pesanteur  $g$ .
- Q2. Réaliser l'inventaire des forces extérieures s'exerçant sur le système mécanique lors de sa chute dans l'air.
- Q3. En appliquant la deuxième loi de Newton, démontrer que la vitesse  $v$  du système mécanique vérifie l'équation (1) :

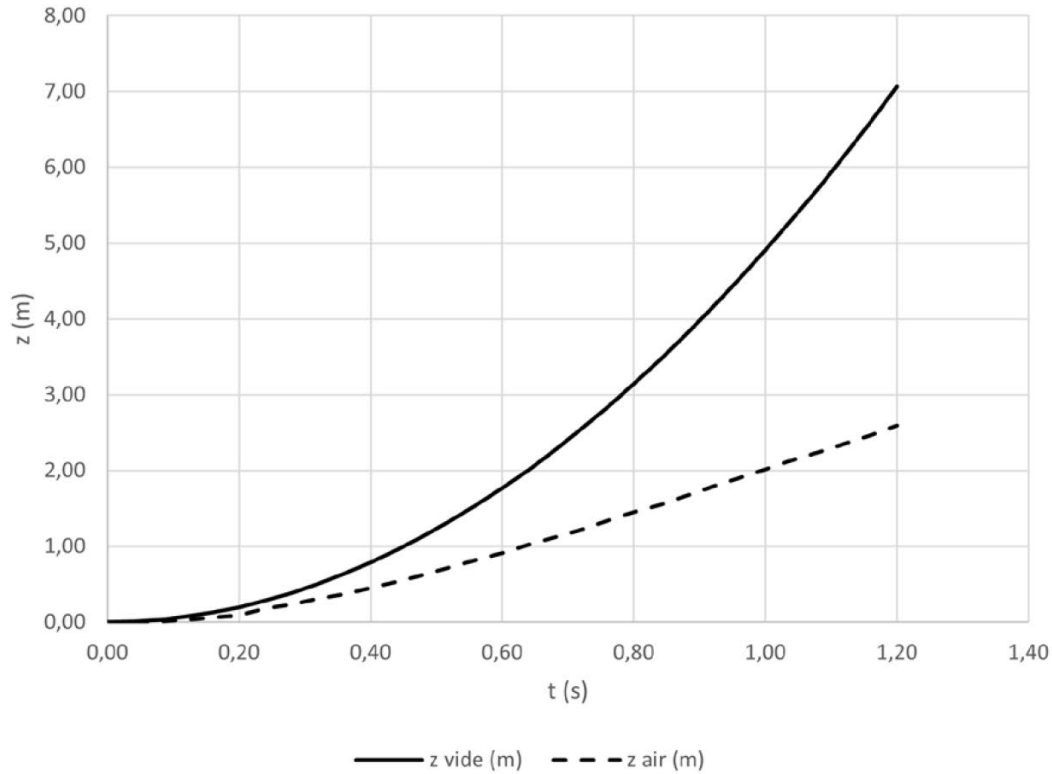
$$\frac{dv}{dt} = \left( g - \frac{\rho \times V \times g}{m} \right) - \frac{k}{m} \times v \quad \text{équation (1)}$$

#### Partie C : Analyse des résultats expérimentaux (4,5 pts)

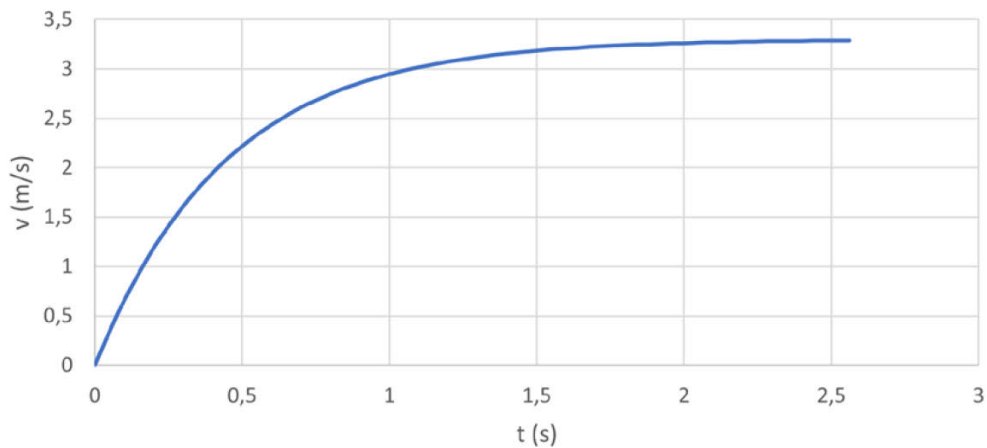
Prenons maintenant en compte les résultats expérimentaux sachant que le système mécanique de masse  $m$  valant 27 g a un volume de 5,40 litres.

L'intensité de la pesanteur  $g$  vaut  $9,81 \text{ N.kg}^{-1}$  (ou  $\text{m.s}^{-2}$ ) et la masse volumique de l'air vaut  $1,30 \text{ kg.m}^{-3}$ .

### Relevé de la hauteur de chute $z$ dans le vide et dans l'air au cours du temps



### Évolution de la vitesse du système mécanique dans l'air au cours du temps sur une durée plus longue :



- Q1. Lors de la chute dans l'air du système mécanique, à partir de quelle date environ doit-on considérer l'ensemble des forces extérieures ?
- Q2. Que devient la nature du mouvement du système mécanique dans l'air au bout de deux secondes environ ?
- Q3. Estimer graphiquement la valeur de la vitesse limite  $v_{\text{lim}}$  du système mécanique dans l'air.  $v_{\text{lim}}$  correspond à la vitesse limite, c'est-à-dire à la vitesse maximale atteinte par le système.
- Q4. En exploitant l'équation (1), déterminer l'expression littérale de la valeur  $v_{\text{lim}}$  de la vitesse limite du système mécanique dans l'air quand celle-ci demeure constante.
- Q5. En déduire par calcul la valeur du coefficient de frottement  $k$  du système mécanique dans l'air, sans oublier de préciser son unité.